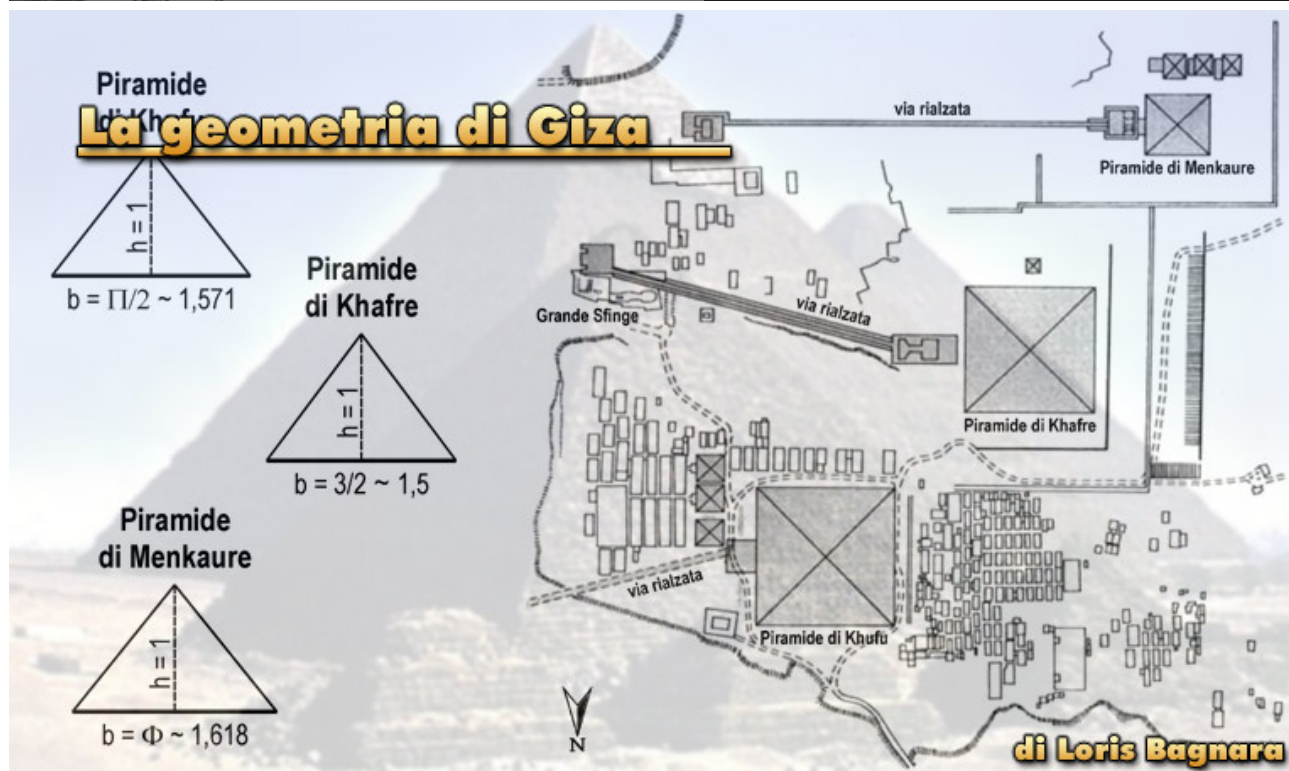




Quando si tratta di Giza, normalmente è la Grande Piramide a focalizzare l'attenzione dei ricercatori, ma appena si allarga la sfera d'indagine e ci s'inoltra nello studio del sito (vedi fig. 1), ad un certo punto è inevitabile affrontare la questione: l'intero complesso è tracciato secondo le linee di un progetto unitario oppure no?

In verità, è convinzione comune che le tre piramidi maggiori siano il risultato di tre distinte volontà: infatti, sarebbero state costruite in successione dai faraoni Khufu, Khafre e Menkaure (IV dinastia) nell'arco di un secolo circa; inoltre, si ritiene che Khafre e Menkaure non avessero potuto competere col loro predecessore, nella grandiosità dell'opera, per mancanza di sufficienti risorse; di qui la necessità di accontentarsi di strutture più piccole e semplici, e anche meno accurate (il fatto sembrerebbe particolarmente evidente nella terza piramide). È chiaro che questa teoria si trova in palese contrasto con l'ipotesi di un progetto generale di Giza: l'aspirazione di ciascun sovrano a superare il prede-

cessore sarebbe stata in disaccordo con l'obiettivo di perseguire uno schema generale che, una volta completato, andasse oltre l'individualità dei singoli sovrani. Comunque, è tutto da dimostrare che ai successori di Khufu mancassero sufficienti risorse: secondo la teoria più accreditata, infatti, Khafre, nel corso del suo regno, avrebbe realizzato non solo una piramide grande quasi quanto quella del suo predecessore, ma anche la Sfinge, com'è noto; a conti fatti, Khafre avrebbe benissimo potuto superare Khufu, ma non lo fece. Perché? Forse perché doveva rispettare un disegno generale, lo stesso disegno che in seguito avrebbe guidato anche Menkaure nella costruzione della sua «piccola» piramide; forse tale disegno prevedeva che ciascuna piramide dovesse comunicare qualcosa di peculiare; e forse pure lo stesso disegno generale – ad un altro livello di lettura, più profondo – intendeva comunicare qualcosa.

Bisogna ammettere che è perlomeno legittimo chiedersi se furono davvero i faraoni della IV dinastia – e solo essi – a dare forma a questo sito straordinario: l'esistenza di una

struttura socio-politica capace di perseguire un obiettivo di tale portata nel breve arco di un secolo e di portarlo a termine in maniera così spettacolare, è qualcosa che lascia a dir poco increduli e che costituisce di per sé un enigma. In questa sede tuttavia eviterò di affrontare tale spinosa questione e lascerò semplicemente che siano la matematica e la geometria a parlare: come potremo vedere, apparirà chiaro che i monumenti di Giza comunicano da soli e in un linguaggio talmente preciso – matematico e geometrico, appunto – da non poter essere equivocato. La mia analisi, dunque, si limiterà a mettere in evidenza una serie di correlazioni assolutamente oggettive, verificabili da chiunque, ove non è concesso troppo spazio all'interpretazione individuale; solo alla fine, semmai, ciascuno di noi potrà avventurarsi nelle speculazioni in merito a «come, quando, da chi» fu realizzato questo stupefacente dispositivo architettonico.

La Grande Piramide

Da tempo è noto – come dimostrato da diversi ricercatori – che nelle dimensioni della Grande Piramide sarebbe incorporato il numero «pi greco» (Π); ma altri ricercatori hanno preferito attribuire all'edificio l'appellativo di «piramide aurea» per il fatto che nelle sue dimensioni sarebbe incorporato appunto il «numero aureo» (Φ). Dunque, come stanno le cose? Ebbene, dirò subito che le dimensioni della piramide sono per così dire *uniche*, cioè tali da incorporare al tempo stesso sia Π che Φ .

Darò per scontata la conoscenza di questo monumento da parte del lettore (si rimanda ad esempio al libro *The Pyramids of Egypt* di I.E.S. Edwards). Non mi soffermerò ad esaltare le straordinarie caratteristiche della Grande Piramide dal punto di vista ingegneristico (tanto che, perfino ai giorni nostri,

realizzare un edificio così colossale rispettando i medesimi standard di precisione sarebbe un'impresa incredibilmente impegnativa), giacché non è questo il punto che ora m'interessa affrontare. A prescindere dagli strumenti e dalle tecniche che furono impiegati nella costruzione, ciò che mi preme portare all'attenzione sono le proprietà geometriche del monumento: come vedremo, anche questo solo aspetto è sufficiente a dimostrare l'esistenza di profonde conoscenze matematiche e di un progetto estremamente accurato.

Queste sono le dimensioni della Grande Piramide (fonte Edwards, citata): la lunghezza media dei lati della base è di 230,36 m, mentre l'altezza originariamente era di 146,73 m (ora la piramide è più bassa di qualche metro, avendo perso il pyramidione). In quale modo queste dimensioni possono incorporare i numeri Π e Φ ? Immaginiamo di tenere fissa la base di una piramide e di aumentarne via via l'altezza: ad un certo punto arriveremo ad un ben preciso valore dell'altezza, tale per cui l'apotema è esattamente pari a metà del lato di base moltiplicato per Φ ; aumentando ancora l'altezza, fino ad un altro ben preciso valore, avremo che il rapporto fra il semiperimetro di base (cioè la somma di due lati) e l'altezza stessa diventa esattamente pari a Π . Quali sono questi particolari valori dell'altezza?

Vediamo il primo caso. Metà del lato di base moltiplicato per Φ corrisponde a 186,36 m ($1,61803 \times 230,36 / 2$): questa dunque è la lunghezza dell'apotema, dalla quale possiamo derivare l'altezza della piramide con l'applicazione del teorema di Pitagora. A conti fatti, si ricava un valore di 146,51 m: vale a dire che se la Grande Piramide fosse stata alta esattamente 146,51 m – le dimensioni di base essendo quelle già dette – il numero aureo Φ sarebbe esattamente incorporato nel

rapporto fra apotema e metà del lato di base. In altre parole, l'esatta altezza di una «piramide aurea» avente le dimensioni di base identiche a quelle della Grande Piramide è 146,51 m, valore che differisce di appena 22 cm dall'altezza effettiva originaria dell'edificio.

Vediamo ora il secondo caso. Il semiperimetro di base è di 460,72 m, che diviso per Π fornisce l'esatta altezza ideale della piramide: 146,65 m, valore che differisce di 14 cm dal precedente (quello della piramide aurea) e di appena 8 cm dall'altezza effettiva originaria della Grande Piramide.

Riassumiamo. Se le dimensioni di base di una piramide corrispondono a quelle effettive della Grande Piramide, si ha:

- a) una «piramide Φ » (piramide aurea) se l'altezza è pari a 146,51 m;
- b) una «piramide Π » se l'altezza è pari a 146,65 m.

Si dovrebbe, ora, comprendere il senso della mia precedente affermazione, ossia che le dimensioni della Grande Piramide sono uniche: infatti, ferme restando le dimensioni di base, vi è un solo valore dell'altezza tale che entrambi i numeri Π e Φ restino espressi – nei rapporti descritti – con la migliore approssimazione possibile. Tale valore è 146,61 m; se questa fosse stata l'altezza originaria della Grande Piramide, avremmo rilevato che:

- a) il rapporto fra apotema e metà del lato di base sarebbe stato pari a 1,6186, valore che differisce da Φ per un errore di +0,04%;
- b) il rapporto fra semiperimetro di base e altezza sarebbe stato pari a 3,1432, valore che differisce da Π per un erro-

re di +0,04%.

Rispetto al valore ideale di 146,61 m, l'altezza effettiva originaria differisce di 12 cm: è possibile che solo per caso la Grande Piramide sia stata eretta con queste precise, straordinariamente significative proporzioni? Difficile crederlo; oltre tutto con questa altezza ideale si verificano altre due notevoli proprietà geometriche:

- il rapporto fra altezza e metà del lato di base può essere espresso dalla frazione $14/11$, con un errore praticamente nullo (per inciso, tale frazione è un'ottima approssimazione della radice quadrata di Φ);
- il rapporto fra altezza e metà della diagonale può essere espresso dalla frazione $9/10$, con un errore anche in questo caso praticamente nullo.

Quest'ultima osservazione, però, potrebbe paradossalmente indebolire la precedente scoperta (ossia che i numeri Π e Φ sarebbero contenuti nelle dimensioni della Grande Piramide): infatti, si potrebbe credere che i particolari rapporti fra altezza e dimensioni di base fossero stati scelti solo per comodità costruttiva (e dunque non per il fatto che incorporassero i numeri Π e Φ), giacché in tal modo la progressiva elevazione della piramide – in corso di costruzione – avrebbe potuto più agevolmente essere controllata attraverso calcoli semplificati. Per chiarire il concetto, con quelle precise proporzioni si sapeva che ad ogni 14 unità di crescita in altezza dovevano corrispondere 22 unità di incremento del lato di base, oppure che ad ogni 9 unità di crescita in altezza dovevano corrispondere 20 unità di incremento della diagonale di base.

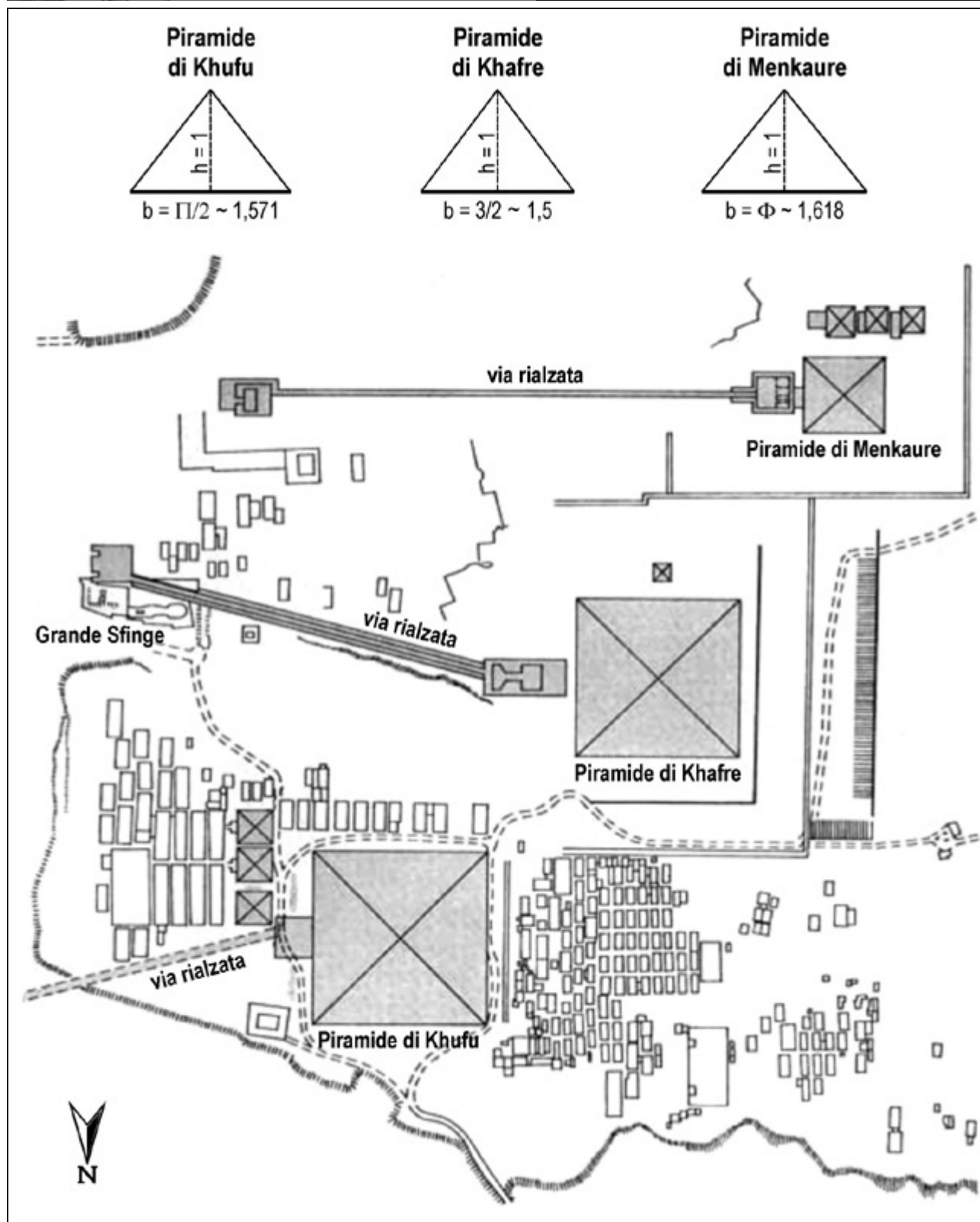


Fig. 1 - La mappa della necropoli di Giza e gli schemi geometrici che ispirarono il progetto delle piramidi maggiori.

Personalmente ho la sensazione che chi sa risolvere i problemi ingegneristici posti dalla costruzione di un edificio di tale complessità non dovrebbe aver necessità di simili agevo-

lazioni geometriche. Oltre tutto, già da molto tempo è stato osservato che la Grande Piramide non solo codificherebbe peculiari relazioni geometriche e matematiche, ma sareb-

be anche in rapporto con le dimensioni della Terra: infatti, il lato di base è più corto di soli 1,56 m rispetto a un ottavo di un minuto d'arco di longitudine (che corrisponde a 231,92 m), mentre l'altezza differisce di appena 0,42 m dal valore che si ottiene dividendo il raggio polare della Terra per 43.200 (che corrisponde a 147,15 m). (1)

Tuttavia è bene non dare nulla per scontato: se i rapporti geometrici che esprimono Π e Φ non sono frutto del caso, allora molto probabilmente dovremmo ritrovarli anche in altri monumenti di Giza, o persino nella disposizione generale dei monumenti stessi. È per questa ragione che, ora, ci inoltreremo nell'analisi geometrica dei monumenti principali e dell'intera planimetria di Giza.

Il rilievo delle piramidi di Giza

I monumenti più importanti della necropoli di Giza sono, come sappiamo, le tre piramidi di Khufu, Khafre e Menkaure, e naturalmente la Sfinge, attribuita pure al faraone Khafre. I tre faraoni citati appartengono alla IV dinastia, e quindi la costruzione delle rispettive

piramidi si può collocare, secondo le cronologie ufficiali, fra il 2600–2575 a.C. (inizio della IV dinastia) e il 2490–2465 a.C. (fine della IV dinastia).

Come per la Grande Piramide, anche per gli altri monumenti se ne dà per scontata la conoscenza da parte del lettore (vedi sempre *The Pyramids of Egypt* di Edwards, ad esempio).

Le fonti da cui ho attinto i dati dimensionali sono *The Pyramids of Egypt* di Edwards e *The Pyramids and Temples of Giza* di W.M. Flinders Petrie (questi, che fu uno dei maggiori archeologi del sec. XIX, non si limitò a rilevare i singoli monumenti, ma condusse un dettagliato rilevamento topografico dell'intero sito conseguendo risultati che possiamo ritenere ancora oggi fondamentalmente validi). Nelle tabelle che seguono sono riportati posizionamento e dimensioni delle tre piramidi principali; le misure sono espresse in metri e nell'unità adottata originariamente (pollici o piedi anglosassoni). Per comodità, le tre piramidi di Khufu, Khafre e Menkaure sono designate rispettivamente come prima, seconda e terza piramide.

TABELLA 1 – DISTANZE ASSIALI FRA LE PIRAMIDI DI GIZA (PETRIE)

	da N a S	da E a O
Fra la 1 ^a e la 2 ^a piramide	13.931,6" $\approx$ 353,86 m	13.165,8" $\approx$ 334,41 m
Fra la 2 ^a e la 3 ^a piramide	15.170,4" $\approx$ 385,33 m	9450,2" $\approx$ 240,04 m
Fra la 1 ^a e la 3 ^a piramide	29.102,0" $\approx$ 739,19 m	22.616,0" $\approx$ 574,45 m

TABELLA 2 – DIMENSIONI DELLE PIRAMIDI DI GIZA (PETRIE)

	lato di base	altezza
Prima piramide	9068,8" $\approx$ 230,35 m	5776,0 $\pm$ 7,0" $\approx$ 146,71 $\pm$ 0,18 m
Seconda piramide	8474,9" $\approx$ 215,26 m	5664,0 $\pm$ 13,0" $\approx$ 143,87 $\pm$ 0,33 m
Terza piramide	4153,6" $\approx$ 105,50 m	a) 2564,0 $\pm$ 15" $\approx$ 65,13 $\pm$ 0,38 m b) 2580,8 $\pm$ 2" $\approx$ 65,55 $\pm$ 0,05 m

TABELLA 3 – DIMENSIONI DELLE PIRAMIDI DI GIZA (COLE)

	<i>lato di base</i>	<i>altezza</i>
<i>Prima piramide</i>	755,79' $\approx$ 230,36 m	481,4' $\approx$ 146,73 m
<i>Seconda piramide</i>	707,75' $\approx$ 215,72 m	471' $\approx$ 143,56 m
<i>Terza piramide</i>	356,5' $\approx$ 108,66 m	218,0' $\approx$ 66,45 m

Come si può vedere, sono veramente minime le differenze fra i rilievi di Petrie e quelli di Cole, per quanto riguarda la Grande Piramide; nel caso della piramide di Khafre le differenze sono maggiori, ma comunque non tali da mettere in dubbio la fondamentale validità del lavoro di Petrie; solo nel caso della piramide di Menkaure le differenze sono notevoli (soprattutto nelle dimensioni di base), tanto da lasciare parecchio perplessi. L'accuratezza dell'opera di Petrie ci consente di escludere categoricamente il semplice errore; bisogna pensare piuttosto alle difficoltà nel determinare quella che doveva essere la sagoma originaria dell'edificio, di cui ai giorni nostri resta poco più che il nucleo interno privato della quasi totalità del rivestimento originario; peraltro la superficie esterna di quest'ultimo non fu mai completamente rifinita e ciò naturalmente non fa che rendere più incerte le operazioni di rilievo. È evidente pertanto che colui che esegue il rilievo si trova costretto a formulare ipotesi in merito alla sagoma originaria dell'edificio; ma è altresì evidente che diverse ipotesi, altrettanto legittime, condurrebbero a risultati diversi. Questo tipo di difficoltà giustifica il duplice valore fornito da Petrie per la piramide di Menkaure e probabilmente anche la diversa ipotesi interpretativa assunta da Cole, da cui consegue la differente stima non solo dell'altezza, ma anche delle dimensioni di base. Inoltre, non è improbabile che pure la piccola differenza nei due rilievi della piramide di Khafre si possa spiegare proprio alla luce di una diversa ipotesi interpretativa, piuttosto che con una pre-

sunta maggiore precisione del rilievo eseguito in tempi più recenti; potrebbe darsi, infatti, che dopo tutto fossero più corrette proprio le ipotesi interpretative di Petrie.

Geometrie piramidali

Le notevoli proprietà geometriche della Grande Piramide sono da attribuire al caso, oppure ad un preciso intento progettuale? Ebbene, il modo migliore per tentare di far luce sulla questione è di verificare se anche le altre piramidi posseggano analoghe proprietà.

Tralasciando per il momento le dimensioni assolute delle tre piramidi, è interessante indagare quali proprietà geometriche derivino semplicemente dalle loro proporzioni. Il progetto di una piramide può essere definito attraverso due soli elementi: infatti, una volta fissata arbitrariamente la base, è sufficiente stabilire l'altezza per determinare univocamente la piramide; l'angolo formato dalle facce rispetto al terreno (chiamiamo α quest'angolo) rappresenta la pendenza della piramide, che quindi costituisce l'unica variabile del progetto (se si prescinde dalle dimensioni assolute). Qual è la pendenza delle tre piramidi di Giza? Abbiamo visto che, a causa di oggettive difficoltà, i rilievi di Petrie e Cole restano affetti da un piccolo margine d'incertezza per quanto concerne le dimensioni – e quindi la pendenza – delle piramidi; nella tabella che segue è riportato il campo di variabilità della pendenza per ciascuna delle piramidi di Giza.

TABELLA 4 – PENDENZA DELLE PIRAMIDI DI GIZA

α (min)	α (max)	α (probabile)
51,832°	51,900°	51,866°
53,082°	53,263°	53,172°
50,730°	51,197°	50,963°

A questo punto il mio intento è di analizzare le proprietà geometriche di una piramide generica la cui altezza – una volta fissata la base – vari in funzione della pendenza α , e di vedere quindi se vi siano angoli particolarmente «significativi» in prossimità del campo di valori che effettivamente α potrebbe assumere per ciascuna delle tre piramidi di Giza (campi riportati nella tabella sopra).

Le proprietà geometriche prese in considerazione sono i rapporti fra le diverse dimensioni lineari della piramide, ossia: lato di base (b), altezza (h), apotema (a), diagonale di base (d), spigolo (s). L'idea è di considerare «significativo» un angolo α per il quale molti

dei rapporti che intercorrono fra le dimensioni sopra elencate si possano esprimere – entro un margine di approssimazione sufficientemente piccolo – con frazioni semplici oppure con frazioni che incorporano numeri quali Π , Φ , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ecc., come abbiamo già visto nel caso della Grande Piramide.

A conti fatti, l'analisi ha messo in luce tre valori di α particolarmente significativi; i rapporti che ne scaturiscono sono riportati nella tabella seguente (ho stabilito di ritenere validi i rapporti che si verificano entro un margine di approssimazione di $\pm 0,2\%$).

TABELLA 5 – RAPPORTI FRA LE DIMENSIONI DI UNA PIRAMIDE GENERICA

	$\alpha_1 \approx 51,847^\circ$	$\alpha_2 \approx 53,130^\circ$	$\alpha_3 \approx 51,029^\circ$
b / h	$11/7 \approx \Pi/2$	$3/2$	Φ
$2h / b$	$14/11 \approx \sqrt{\Phi}$	$4/3$	$2/\Phi$
a / h	$14/11 \approx \sqrt{\Phi}$	$5/4$	$9/7$
$2a / b$	$34/21 \approx \Phi$	$5/3$	$27/17$
$2h / d$	$9/10$	$16/17$	$7/8$
$2s / d$	$31/23$	$11/8$	—
$2s / b$	$19/10$	$33/17$	$15/8$
s / a	$20/17$	$7/6$	$13/11$

Come si può vedere, la piramide con pendenza α_1 (51,847°) mostra di incorporare i numeri Π e Φ , nonché frazioni semplici (in cui uno degli operatori è 10 o un multiplo di 10); la piramide con pendenza α_2 (53,130°) mostra di incorporare molte frazioni semplici (in cui

vi sono operatori ad una cifra), e in particolare quelle legate al triangolo pitagorico 3–4–5; (2) la piramide con pendenza α_3 (51,029°) mostra di incorporare pure il numero Φ , nonché frazioni semplici (in cui vi sono operatori ad una cifra).

Confrontiamo α_1 , α_2 e α_3 con i valori probabili delle pendenze rilevate nelle piramidi

di Giza: ebbene, le differenze sono minime, come si può vedere nella tabella seguente.

TABELLA 6 – PENDENZA DELLE PIRAMIDI DI GIZA

	<i>valori probabili</i>	<i>valori teorici</i>	<i>differenza</i>
<i>Prima piramide</i>	51,866°	$\alpha_1 \approx 51,847^\circ$	+0,019°
<i>Seconda piramide</i>	53,172°	$\alpha_2 \approx 53,130^\circ$	+0,042°
<i>Terza piramide</i>	50,963°	$\alpha_3 \approx 51,029^\circ$	-0,066°

Per capire di quali inezie si tratti, vediamo come varierebbe l'altezza delle piramidi di Giza sommando (o sottraendo) a ciascun valore reale della pendenza le rispettive differenze dai valori teorici: se diminuissimo di 0,019° la pendenza della Grande Piramide, la sua altezza diminuirebbe di 10 cm (0,07%); se diminuissimo di 0,042° la pendenza della piramide di Khafre, la sua altezza diminuirebbe di 22 cm (0,15%); se aumentassimo di 0,066° la pendenza della piramide di Menkaure, la sua altezza aumenterebbe di 16 cm (0,25%). Ci troviamo di fronte, pertanto, ad uno scarto massimo pari a 0,25% del valore probabile dell'altezza, il che non solo è del tutto compatibile con gli standard di precisione costruttiva riscontrati attraverso i rilievi di Petrie e Cole, ma è anche a dir poco straordinario se si tiene conto delle dimensioni colossali dei monumenti e delle limitate risorse tecnologiche attribuite agli antichi egizi.

In definitiva, questi dati mostrano che, con grande probabilità, tutte e tre le piramidi di Giza, e non solo la Grande Piramide, dovevano incorporare peculiari proprietà geometriche:

- la piramide di Khufu, i numeri Π e Φ ;
- la piramide di Khafre, in triangolo pitagorico 3-4-5;
- la piramide di Menkaure, ancora il nu-

mero Φ .

Mi preme di rimarcare, in particolare, quella che sembra essere la principale proprietà geometrica espressa nel progetto delle tre piramidi, ossia la semplice relazione che lega – mediante uno specifico fattore – la base con l'altezza, in modo che moltiplicando l'altezza della piramide per il rispettivo fattore si ottiene la base della stessa piramide (vedi tabella 5, riga 1): tali fattori sono rispettivamente $\Pi/2$ (pari a 1,571...) nella piramide di Khufu; $3/2$ (pari a 1,5) nella piramide di Khafre; Φ (pari a 1,618...) nella piramide di Menkaure (vedi ancora fig. 1). Insomma, sembra evidente che i costruttori delle tre piramidi colsero la particolare concentrazione di significati matematici su alcuni rapporti intorno a 1,5-1,6, e per questo intesero esprimerli nei loro progetti.

È una prima conclusione di grande importanza, dalla quale si deve trarre necessariamente il seguente corollario: gli antichi egizi possedevano conoscenze matematiche – e forse anche risorse tecniche – notevolmente superiori a quanto generalmente si crede.

Inoltre, l'iniziale supposizione che le tre piramidi di Giza costituiscono un complesso unitario, in cui ogni componente debba veicolare ben precisi segnali, trova senza dubbio sostegno.

Il progetto di Giza

È a dir poco sintomatico che una delle massime autorità in materia, il prof. Edwards, non prenda neppure in considerazione la possibile esistenza di un progetto generale per la costruzione dei principali monumenti di Giza. Nel suo libro *The Pyramids of Egypt*, già citato, lo studioso affronta varie questioni inerenti all'edificazione delle piramidi: scelta del sito, orientamento dell'edificio, tecniche e metodi costruttivi presumibilmente utilizzati dagli antichi egizi per il trasporto e la posa in opera del materiale; ma non una sola parola è spesa per prendere in esame l'eventualità che l'intero complesso di Giza fosse stato progettato come un corpo unico le cui singole membra traessero giustificazione non semplicemente da sé stesse, bensì dalle funzioni dell'organismo cui appartenevano. Anche Petrie del resto si era già espresso contro l'idea di un piano generale. Poiché l'opera di Edwards rappresenta la *summa* delle ricerche condotte dall'egittologia accademica, non si può pensare che alcun tema di qualche importanza ne sia stato escluso; pertanto - dobbiamo necessariamente desumere - l'egittologia «ufficiale» non è neppure sfiorata dall'idea che un progetto di tale sorta possa esistere. A questo punto, spetta ad altri dimostrare il contrario.

Se esaminiamo la planimetria del complesso di Giza, il primo aspetto che appare evidente è il preciso orientamento di tutte e tre le piramidi maggiori rispetto ai punti cardinali;(3) tuttavia, la disposizione complessiva dei tre monumenti non si ispira a questo stesso principio: anziché dislocarsi lungo uno degli assi cardinali, le tre piramidi sembrano piuttosto seguire un allineamento diagonale a partire dalla Grande Piramide (vedi fig. 2). Uno schema di questo genere non implicherebbe necessariamente l'esistenza di un disegno generale: infatti, è sufficiente avanzare la

ragionevole ipotesi che ciascuno dei faraoni che succedettero a Khufu avesse considerato la piramide del predecessore e i punti cardinali come riferimenti fondamentali nella costruzione della propria; non ci sarebbe dunque nulla di sconvolgente per le concezioni dell'egittologia tradizionale.

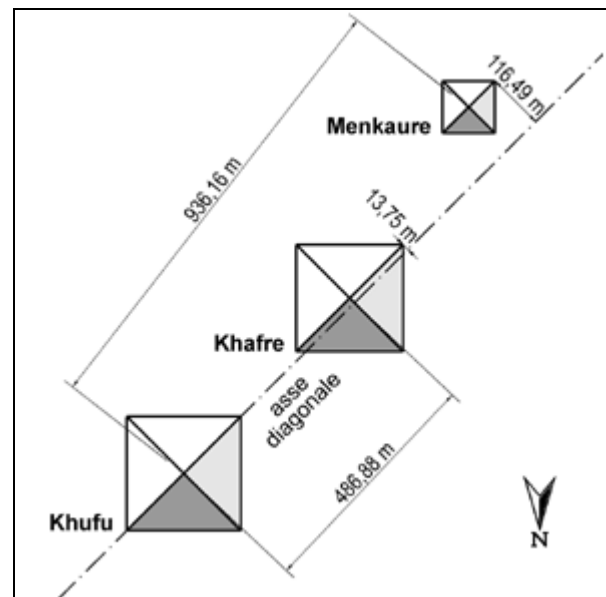


Fig. 2 - L'asse diagonale della Grande Piramide.

Tuttavia, a ben vedere, quest'ipotesi non convince: rispetto al semplice schema dell'allineamento diagonale lo scarto è abbastanza piccolo nel caso della seconda piramide (il cui centro si trova fuori asse di 13,75 m), ma decisamente più sensibile nel caso della terza piramide (il cui centro si trova fuori asse di 116,49 m). È possibile che si tratti semplicemente di errori dovuti alla mancanza di strumenti topografici sufficientemente precisi? Se si riflette un attimo risulta difficile credere che questa possa essere la ragione: basti considerare la straordinaria accuratezza dimostrata dai costruttori della Grande Piramide, i cui lati di base sono identici (a meno di un errore inferiore a 0,1%) ed esattamente allineati con i punti cardinali (a meno di un errore medio inferiore a 0,067"). Insomma, la capacità di conseguire standard di precisione tanto elevati nella costruzione della prima piramide rende del tutto inaccettabile l'idea che

il posizionamento della seconda e della terza possa essere affetto da errori così grandi, se davvero l'intenzione fosse stata quella di allineare le tre piramidi lungo un asse diagonale. Inoltre, neppure la morfologia dell'altopiano di Giza può essere chiamata in causa a giustificare tale imprecisione, giacché non si trovano, nel sito, formazioni rocciose o alture particolari che possano aver forzato i costruttori a scostarsi dall'allineamento desiderato (di quest'avviso è anche Robert Bauval, vedi *The Orion Mystery*). Sembra inevitabile trarre la conclusione che se le tre piramidi di Giza non sono perfettamente – o quasi – allineate lungo l'asse diagonale della Grande Piramide, allora non dovevano esserlo neppure nelle intenzioni degli antichi costruttori i quali, se avessero voluto, certamente sarebbero stati in grado di far meglio.

Esiste, allora, un progetto di Giza? Ancora non lo sappiamo; comunque, se esiste, è certamente qualcosa di assai diverso da un semplice schema di allineamento diagonale. Ad esempio, il complesso di Giza potrebbe costituire una sorta di mappa atta a rappresentare qualcos'altro (è questo il nocciolo della teoria della «correlazione stellare» fra le piramidi di Giza e la Cintura d'Orione, teoria formulata da Robert Bauval e poi sviluppata insieme a Graham Hancock); ma per ora intendo pormi un passo indietro e affrontare il sito di Giza nei limiti di un'analisi matematica e geometrica. Come si vedrà, tale approccio – benché non esaustivo – sarà sufficiente a dimostrare la natura assolutamente intenzionale dello schema planimetrico di Giza.

Geometrie planimetriche

Dirò subito che qualsiasi pretesa di considerare la configurazione del sito di Giza come il frutto casuale dei successivi interventi di tre faraoni, senza la guida di un progetto d'insieme, è immediatamente cancellata da

un dato di fatto inconfutabile. Osservando una rappresentazione planimetrica costruita con i dati forniti da Petrie (vedi fig. 3), si constata che le tre piramidi maggiori possono essere contenute entro un rettangolo allineato con gli assi cardinali, il cui angolo nord-est coincide con l'omologo della prima piramide, mentre l'angolo sud-ovest coincide con l'omologo della terza; le lunghezze dei lati sono 742,37 m (est/ovest) e 907,12 m (nord/sud), corrispondenti rispettivamente a 1416,74 e 1731,15 cubiti reali egizi (un cubito corrisponde a circa 52,4 cm), mentre la lunghezza della diagonale è 1172,17 m, corrispondente a 2236,97 cubiti. Il nocciolo della questione sta, appunto, nei valori di tali lunghezze espresse in cubiti; in apparenza sembrerebbero numeri del tutto casuali, ma a ben vedere si scopre che non è affatto così, e che i valori di riferimento sarebbero, in effetti, i seguenti:

- per il lato minore, $\sqrt{2} \times 1000$ ossia 1414,21 cubiti (con un errore di +2,53 cubiti, pari a +0,18%);
- per il lato maggiore, $\sqrt{3} \times 1000$ ossia 1732,05 cubiti (con un errore di -0,90 cubiti, pari a -0,05%);
- per la diagonale, $\sqrt{5} \times 1000$ ossia 2236,07 cubiti (con un errore di +0,90 cubiti, pari a +0,04%).

Si tratta di scarti così piccoli da escludere la semplice casualità; pertanto si può affermare che, con ogni probabilità, gli antichi costruttori intendessero proprio inscrivere le tre piramidi entro un rettangolo i cui lati misurassero $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ cubiti e la diagonale $\sqrt{5}$ cubiti, ingrandito mille volte. Ma perché dovrebbero essere interessanti questi valori? È presto detto: $\sqrt{2}$ rimanda alla diagonale del quadrato, mentre $\sqrt{3}$ rimanda all'altezza del triangolo equilatero; e $\sqrt{5}$? Ebbene, dobbiamo

nuovamente chiamare in causa Φ , giacché troviamo $\sqrt{5}$ nell'espressione con la quale si definisce il numero aureo: infatti, Φ vale esattamente $(\sqrt{5}+1)/2$.

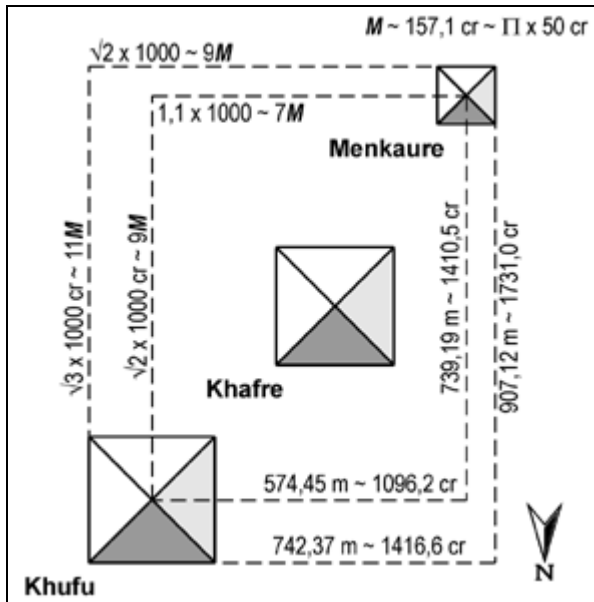


Fig. 3 – I rettangoli di Giza.

Ma questo rettangolo è una nostra invenzione, oppure è un dato di progetto reale? Se ci fermassimo qui, gli egittologi non avrebbe alcuna difficoltà ad attribuire tutto al Caso. Eppure il Caso, per codesti signori, deve aver lavorato parecchio a Giza, visto che se puntiamo il compasso al centro della diagonale del rettangolo maggiore e tracciamo il cerchio che circoscrive il rettangolo stesso, vediamo che tale cerchio attraversa in pieno la Sfinge (vedi fig. 4). Allora, caso o progetto? In verità, l'esistenza di questo rettangolo è stata messa in luce dal ricercatore John Legon oltre vent'anni fa; ma egli non si rese conto che le dimensioni di tale rettangolo rimandano anche a Π : infatti, la somma di $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ vale 3,146..., un valore assai vicino a 3,142... (il reale valore di Π); questo significa che il perimetro del rettangolo (pari a 6295,2 cubiti) equivale, con buon'approssimazione, alla lunghezza di un cerchio di raggio 1000 cubiti (l'errore è di +12,0 cubiti, pari a +0,2%). In definitiva, si è scoperto che le tre piramidi

maggiori risultano inscritte entro un rettangolo le cui dimensioni rimandano ai numeri irrazionali $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, al numero aureo Φ e al numero trascendente Π : un condensato di significati geometrici (quasi una lezione in pillole) che sarebbe a dir poco criminale, da parte nostra, trascurare.

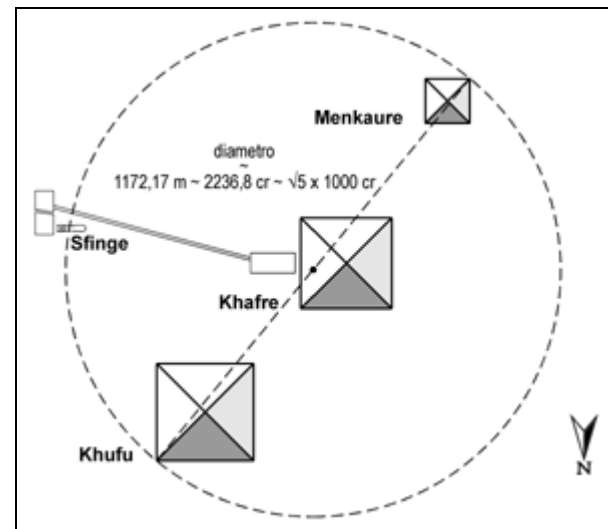


Fig. 4 – Il cerchio che circoscrive le piramidi di Giza e incrocia la Sfinge.

Eppure siamo solo agli inizi: Giza sembra essere davvero una miniera inesauribile di relazioni matematico-geometriche. Prendiamo ora in considerazione il rettangolo individuato da due angoli opposti coincidenti rispettivamente con i centri delle basi della prima e della terza piramide (vedi ancora fig. 3): chiameremo questo «rettangolo minore di Giza» per distinguerlo dal «rettangolo maggiore» già esaminato. I lati del rettangolo minore sono lunghi rispettivamente 574,45 m (est/ovest) e 739,19 m (nord/sud) corrispondenti rispettivamente a 1096,28 cubiti e 1410,67 cubiti, mentre la diagonale è lunga 936,16 m corrispondenti a 1786,56 cubiti. La prima cosa che balza all'occhio è la lunghezza del lato nord/sud, molto vicina alla lunghezza del lato est/ovest del rettangolo maggiore e ancor più al valore $\sqrt{2} \times 1000$ cubiti; in pratica, sembra che tale valore sia stato assunto come riferimento sia per la

lunghezza del lato est/ovest del rettangolo maggiore che per la lunghezza del lato nord/sud del rettangolo minore, e la circostanza risulta del tutto evidente se calcoliamo la media delle due lunghezze: tale valore è

1413,70 cubiti e differisce di appena 0,51 da $\sqrt{2} \times 1000$ (l'errore è di -0,04%). Per maggiore chiarezza, nella tabella che segue riporto un riepilogo delle correlazioni sin qui riscontrate.

TABELLA 7 - DIMENSIONI DEI RETTANGOLI DI GIZA (IN CUBITI REALI)

	valore reale	valore teorico	errore
Lato E/O rett. magg.	1416,74	$\sqrt{2} \times 1000$	+0,18%
Lato N/S rett. magg.	1731,15	$\sqrt{3} \times 1000$	-0,05%
Diagonale rett. magg.	2236,97	$\sqrt{5} \times 1000$	+0,04%
Lato E/O rett. min.	1096,28	1100	-0,34%
Lato N/S rett. min.	1410,67	$\sqrt{2} \times 1000$	-0,25%
Diagonale rett. min.	1786,56	—	—

Questo quadro dovrebbe già apparire a dir poco sorprendente per chi ancora non volesse credere all'esistenza di un progetto generale, ma ulteriori sorprese ci sono riservate

qualora si convertano in palmi egizi (un cubito reale si divide in sette palmi) le stesse misure sopra riportate, come si può vedere nella seguente tabella.

TABELLA 8 - DIMENSIONI DEI RETTANGOLI DI GIZA (IN PALMI)

	reale	riferimento	errore
Lato E/O rett. magg.	9916	9 x 1100	+0,2%
Lato N/S rett. magg.	12.117	11 x 1100	+0,1%
Diagonale rett. magg.	15.658	11 x 5000	-0,3%
Lato E/O rett. min.	7673	7 x 1100	-0,4%
Lato N/S rett. min.	9874	9 x 1100	-0,3%
Diagonale rett. min.	12.505	11 x 4000	-0,5%

Da questi dati appare manifesto che le due diagonali sono multiple della lunghezza 11×1000 palmi, mentre i lati sono multipli della lunghezza 1100 palmi; ma tale lunghezza, riconvertita in cubiti reali, fornisce il valore 157,14 cubiti (pari a 82,34 m) che rimanda ancora una volta a 11: infatti, 157,14 corrisponde a 11×50 (con un errore inferiore a

+0,1%). In altri termini, i lati dei due rettangoli sembrano essere costruiti come multipli di un modulo M (pari a 1100 palmi o a 11×50 cubiti) in modo che le loro lunghezze si possano esprimere come $11M$, $9M$, $9M$ e $7M$; ne consegue, fra l'altro, che il rapporto fra il più grande e il più piccolo di questi lati equivale approssimativamente a $11/7$, ossia circa $11/2$; ancora e ancora 11, dunque.

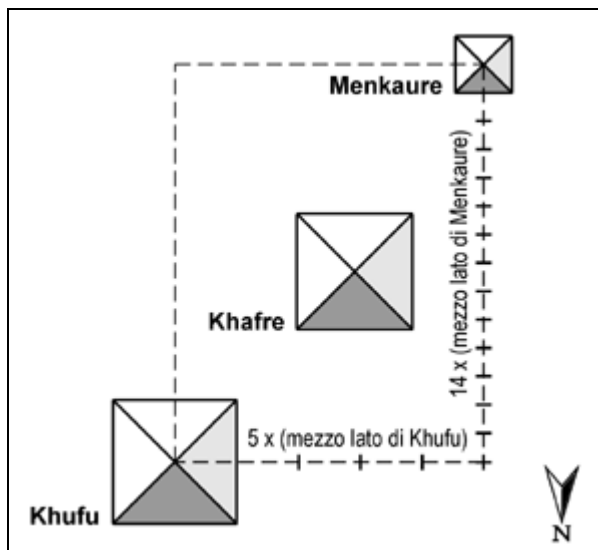


Fig. 5 – Le dimensioni della prima e della terza Piramide in relazione ai lati del rettangolo minore di Giza.

Ma non è finita; sembra esservi, infatti, un preciso rapporto fra i rettangoli – maggiore e minore – e le basi della prima e della terza piramide (vedi fig. 5 – in questo specifico caso, per ragioni d'omogeneità, ho utilizzato solo i dati forniti da Petrie):

- il lato est/ovest del rettangolo minore è quasi esattamente cinque volte la metà del lato di base della prima piramide (con un errore di $-0,2\%$);
- il lato nord/sud del rettangolo minore è quasi esattamente quattordici volte la metà del lato di base della terza piramide (con un errore di $+0,1\%$).

E per quanto concerne la seconda piramide, che sembra esclusa da queste correlazioni? Non è affatto così. Innanzitutto la sua posizione è tale che, se si proietta il suo centro in perpendicolare sulla diagonale del rettangolo maggiore, la diagonale stessa risulta divisa in due segmenti della lunghezza di 1000,8 e 1236,0 cubiti (vedi fig. 6); ora, con approssimazione minima il primo dei due segmenti può essere espresso come 1000 cubiti, mentre il secondo come 2×618 cubiti; ma 618

non è altro che la sezione aurea di 1000 (ossia 1000 diviso per Φ). In secondo luogo, anche le dimensioni della sua base sono in relazione con le altre basi, sebbene in modo non immediato: bisogna costruire il triangolo rettangolo avente come ipotenusa il lato di base della Grande Piramide (pari a 230,35 m, fonte Petrie) e come uno dei cateti il modulo **M** scoperto in precedenza (pari a 82,34 m); il risultato è un segmento di 215,13 m (vedi fig. 7), che differisce di appena 13 cm dall'effettiva lunghezza del lato di base della seconda piramide (fonte Petrie; l'errore è inferiore a $-0,1\%$). E non è finita qui, perché la lunghezza del lato della seconda piramide si ottiene anche moltiplicando il modulo **M** per Φ^2 : si ricava il valore di 215,57 m, che differisce di 31 cm dall'effettiva lunghezza (l'errore è pari a $+0,1\%$). Inoltre anche il lato di base della terza piramide è in relazione con il modulo **M**: infatti il rapporto fra le due lunghezze è pari circa a $9/7$ (l'errore è di $-0,3\%$). Ciò costituisce una conferma non solo del fatto che le dimensioni delle tre piramidi sono strettamente interrelate, ma anche del fatto che il modulo **M** non è un'invenzione, bensì un vero e proprio dato di progetto.

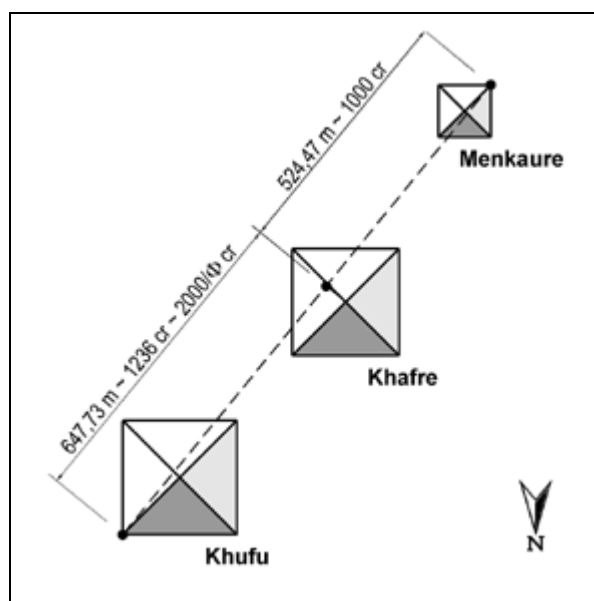


Fig. 6 – La piramide di Khafre in relazione alla diagonale del rettangolo maggiore di Giza.

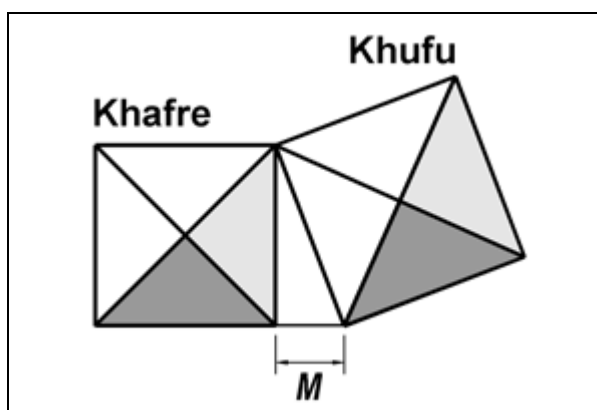


Fig. 7 - Il triangolo pitagorico costruito sul modulo M e sulle Piramidi di Khufu e Khafre.

Come si vede, l'analisi matematico-geometrica del sito di Giza rischia d'essere un'avventura paragonabile all'esplorazione di un pozzo senza fondo: ad ogni livello di lettura emergono nuove relazioni che, in un gioco di rimandi incrociati - come in un labirinto di specchi - creano una stupefacente sinfonia di numeri in cui Π e Φ costituiscono una sorta di leit-motiv ossessivo; segnali emessi intenzionalmente per catturare la nostra attenzione... E si potrebbe continuare, ma ormai quel che si voleva dimostrare è ampiamente dimostrato: ossia che la configurazione del sito di Giza, lungi dall'essere il frutto di successivi interventi slegati fra loro, è generato da un progetto estremamente sofisticato che denota una profonda conoscenza della matematica e della geometria.

Vorrei tuttavia evidenziare ancora un'altra relazione geometrica, che da una parte costituisce un'ulteriore conferma dell'esistenza del modulo M , e dall'altra mette in rilievo la particolare importanza attribuita all'asse diagonale di Giza, anche se non nel senso inizialmente ipotizzato (ossia che quest'asse potesse rappresentare la direzione di allineamento delle tre piramidi, il che si è dimostrato, come abbiamo visto, semplicistico ed errato). Si tratta di questo: se tracciamo l'asse passante per il centro della Grande Piramide e allineato a 45° a est del nord, poi disegna-

mo il quadrato con un vertice sul centro della piramide di Menkaure, vertice opposto sull'asse diagonale medesimo e lati paralleli alle direzioni cardinali, si rileva che la lunghezza del lato di questo quadrato è 82,38 m, equivalenti a 157,21 cubiti e a 1100,4 palmi: cioè praticamente identico al modulo M , a meno di un errore inferiore a $+0,1\%$ (vedi fig. 8). Questo fatto, come anticipavo, è in primo luogo una chiara conferma dell'intenzionalità del modulo M ; in secondo luogo sembra porre in particolare risalto proprio l'asse diagonale, rispetto al quale la terza piramide si distacca in maniera così poco casuale (in altra sede tratterò di come tale asse rivesta un ruolo davvero determinante in uno schema di correlazione teso fra cielo e terra).

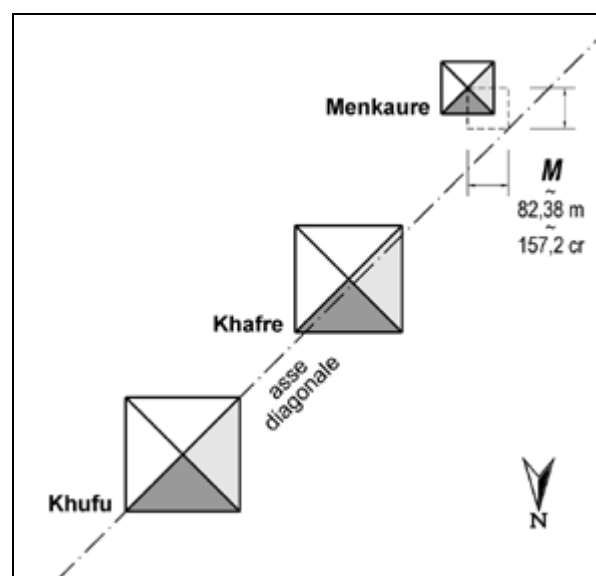


Fig. 8 - La posizione della piramide di Menkaure relazionata, tramite il modulo M , all'asse diagonale della Grande Piramide.

Il cerchio di Giza

Al lettore attento non dovrebbe sfuggire che l'insieme di relazioni geometriche appena esposte lascia ancora «un grado di libertà» - come si dice in matematica - alla posizione della piramide di Khafre: abbiamo visto che la proiezione del suo centro sulla diagonale del rettangolo maggiore produce una divisione della diagonale stessa avente un preciso significato geometrico; ma perché, allora, il

centro della piramide non si trova proprio sulla diagonale? Se lo fosse, i tre centri sarebbero esattamente allineati, ma così non è.

Ciò premesso, è assai naturale osservare che tre punti sul piano, quando non sono perfettamente allineati, determinano univocamente un arco e il cerchio cui l'arco appartiene: dunque, i tre centri delle piramidi di Giza determinano univocamente un arco e un cerchio (vedi fig. 9), che d'ora innanzi chiameremo rispettivamente «arco di Giza» e «cerchio di Giza». Questi sono i dati: il diametro del cerchio è 4711,43 m, la sua lunghezza è 14.801,41 m; la lunghezza dell'arco è 942,43 m, mentre la misura dell'angolo compreso fra i raggi che congiungono il centro del cerchio con i centri delle due piramidi esterne – la prima e la terza – è di 22,9218° (d'ora innanzi chiamerò questo «angolo di Giza»). Tali valori hanno un significato, oppure sono semplicemente casuali?

Sembra sensato, tanto per cominciare, esaminare quanto valga il diametro del cerchio di Giza qualora sia espresso in unità di misura egizie. Gli egizi disponevano di un sistema piuttosto articolato. Solitamente il cubito reale è identificato come la principale unità all'interno del sistema; altre unità di misura scaturiscono da suddivisioni del cubito reale: un cubito contiene sette palmi, mentre ogni palmo contiene quattro dita; ancora, altre unità di misura sono multiple del dito, mentre altre sono multiple del cubito; un'ulteriore unità, infine, di una certa importanza, è rappresentata dal lato di un quadrato la cui diagonale equivale a un cubito (il nome di tale unità è *remen*). Nella tabella che segue sono riportate le lunghezze di diametro, arco e cerchio di Giza, espressi nelle principali unità egizie (oltre che in metri).

TABELLA 9 – DIMENSIONI DELL'ARCO E DEL CERCHIO DI GIZA (IN DIVERSE UNITÀ EGIZIE)

	<i>diámetro</i>	<i>arco</i>	<i>cerchio</i>
	4711,43 m	942,43 m	14.801,41 m
<i>cubiti reali</i>			
<i>valore reale</i>	8991,28	1798,53	28.246,97
<i>valore teorico</i>	9000	1800	$\sqrt{2} \times 20.000$
<i>errore</i>	-0,10%	-0,08%	-0,13%
<i>palmi</i>			
<i>valore reale</i>	62.939,0	12.589,7	197.728,8
<i>valore teorico</i>	$\Pi \times 20.000$	$\Pi \times 4000$	—
<i>errore</i>	+0,17%	+0,19%	—
<i>remen</i>			
<i>valore reale</i>	12.715,59	2543,51	39.947,24
<i>valore teorico</i>	$\sqrt{\Phi} \times 10.000$	$\sqrt{\Phi} \times 2000$	40.000
<i>errore</i>	-0,04%	-0,02%	-0,13%

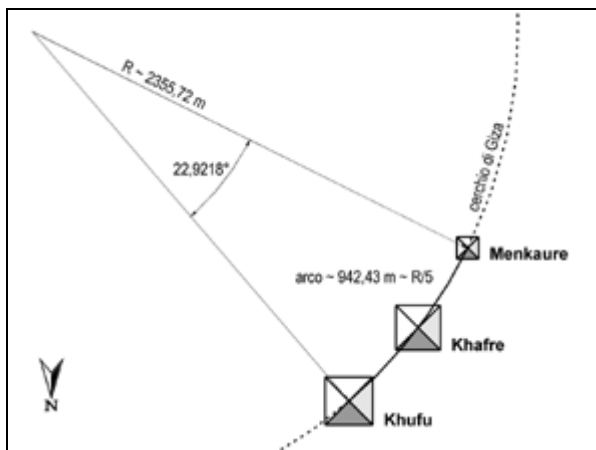


Fig. 9 – Il cerchio e l'arco di Giza.

Ebbene, la strabiliante conclusione è che diametro, arco e cerchio di Giza mostrano evidenti correlazioni con cifre tonde e ancora con i numeri Π e Φ : si può vedere che il diametro è circa 9000 cubiti (oppure $\Pi \times 20.000$ palmi, oppure ancora $\sqrt{\Phi} \times 10.000$ remen), la lunghezza dell'arco è quasi esattamente un quinto di quella del diametro e la lunghezza del cerchio è circa 40.000 remen. I ridotti margini di approssimazione (non superiori a $\pm 0,2\%$) e la rilevanza di tali correlazioni fanno escludere totalmente la pura e semplice casualità, e inducono piuttosto a pensare a una precisa intenzione progettuale; ma poiché le diverse unità di misura del sistema egizio sono legate fra loro da rapporti ben precisi, è evidente che gli antichi costruttori poterono fissare una sola delle correlazioni sopra elencate, mentre le altre derivano di necessità. A mio avviso, il dato più significativo fra quelli sopra elencati è l'espressione della lunghezza del diametro pari a Π moltiplicato per 10.000, espressa in palmi; e probabilmente questa fu la scelta progettuale dei costruttori. Ma non si può neanche trascurare la possibilità che essi avessero intenzionalmente impostato i dati di progetto in modo che si verificassero simultaneamente più correlazioni, con il minore errore complessivo. Cerco di illustrare il concetto, esaminando la lunghezza del diametro:

- 9000 cubiti corrispondono a 4716,00 m;
- $\Pi \times 20.000$ palmi corrispondono a 4703,41 m;
- 40.000 remen corrispondono a 14.820,96 m (lunghezza del cerchio); a un cerchio tale lunghezza corrisponde un diametro di 4717,66 m;
- le correlazioni sopra elencate si verificano simultaneamente, con il minore errore complessivo, per una lunghezza del diametro di 4710,23 m (pari a 8989 cubiti o a $\Pi \times 20.029$ palmi), nel qual caso la lunghezza del cerchio è 14.797,62 m (pari a 39.937 remen);
- l'effettiva lunghezza del diametro è 4711,43 m, che differisce di 1,20 m dal valore ideale (un errore molto piccolo, inferiore a $+0,03\%$).

In altri termini, potrebbe anche essere stata un'operazione intenzionale quella di peggiorare la precisione di una correlazione per far sì che altre potessero verificarsi con margini di approssimazione analoghi. Tale supposizione non è così azzardata come sembra: si tratterebbe, infatti, di un'operazione simile a quella compiuta con la Grande Piramide, le cui proporzioni sarebbero così fissate proprio per richiamare simultaneamente sia Π che Φ . Come vedremo ancora, questo tipo di operazioni sembra essere una caratteristica tipica e ricorrente della mentalità matematica e simbolica dei progettisti di Giza.

L'angolo di Giza

Abbiamo visto che l'arco di Giza è approssimativamente un quinto del diametro; il mar-

gine di errore è straordinariamente piccolo (inferiore a $2/10.000$), e ciò lascia supporre che anche questo fosse un dato di progetto. Ma la lunghezza dell'arco è direttamente legata all'apertura dell'angolo sotteso, e quindi ci si può domandare se anche l'«angolo di Giza» non nasconda per caso una qualche correlazione matematica.

La risposta è affermativa: tale correlazione risiede nel rapporto fra l'intero cerchio e l'arco di Giza, che naturalmente equivale al rapporto fra l'angolo giro (360°) e l'angolo di Giza ($22,9218^\circ$). Questo rapporto vale:

$$360^\circ / 22,9218^\circ \approx 15,7056 \approx 5 \times \Pi \approx 6 \times \Phi^2 \approx 6 \times (\Phi+1)$$

In altri termini, ciò significa che l'angolo di Giza può essere ricavato dividendo l'angolo giro (360°) in $5 \times \Pi$ parti, oppure in $6 \times (\Phi+1)$ parti: ancora una volta, dunque, i numeri Π e Φ che ricompaiono ossessivamente, quasi fossero scolpiti nelle pietre di Giza.

Per la precisione, il valore esatto di $5 \times \Pi$ è $15,7080$, da cui seguirebbe un angolo al centro teorico di $360^\circ / 15,7080 \approx 22,9183^\circ$, mentre il valore esatto di $6 \times (\Phi+1)$ è $15,7082$, da cui seguirebbe un angolo al centro teorico di $360^\circ / 15,7082 \approx 22,9180^\circ$. Riassumendo, per maggiore chiarezza, abbiamo le seguenti relazioni:

- angolo di Giza $\approx 22,9218^\circ$
- $360^\circ / (5 \times \Pi) \approx 360^\circ / 15,7070 = 22,9183^\circ = \alpha$
- $360^\circ / (6 \times (\Phi+1)) = 360^\circ / 15,7082 = 22,9180^\circ = \beta$

Come si vede, risulta che α e β sono identici a meno di una vera inezia ($3/10.000$ di grado). Ciò significa che la relazione

$$5 \times \Pi \approx 6 \times \Phi^2 \approx 6 \times (\Phi+1) \approx 15,7081 \pm 0,0001$$

rappresenta un'efficacissima approssimazione di Π in funzione di Φ (e naturalmente viceversa), anzi, la migliore approssimazione conseguibile con funzioni lineari. L'angolo intermedio fra α e β vale $22,91815^\circ$: ebbene, rispetto a questo l'angolo di Giza differisce per meno di quattro millesimi di grado... L'angolo di Giza, dunque, rimanda simultaneamente a Π e a Φ , e in particolare ad una relazione che lega i due numeri l'uno all'altro, con tale precisione da escludere totalmente la pura e semplice casualità.

Punti di fuga e una corda a Giza

Abbiamo visto quale incredibile struttura di relazioni matematiche si nasconda dietro la disposizione, in apparenza semplice e casuale, delle piramidi di Khufu, Khafre e Menkaure; ora vedremo quale ulteriore, straordinaria sorpresa ci riservi il progetto di Giza.

Il punto di partenza è una costruzione geometrica derivata dalla planimetria di Giza: per tracciare tale costruzione, la prima operazione da compiere consiste nel disegnare i cerchi circoscritti ai quadrati di base di ciascuna piramide; la seconda operazione consiste nel disegnare tre ulteriori cerchi, il primo passante per i centri delle basi delle piramidi, il secondo tangente internamente ai tre cerchi precedentemente disegnati, e il terzo tangente esternamente (vedi fig. 10); questi ultimi tre cerchi s'intersecano approssimativamente in due punti, uno a nord-est e l'altro a sud-ovest delle piramidi.

La questione non riguarda l'esistenza di questi punti di incontro: infatti, sono infinite le possibili configurazioni di tre cerchi (chiamiamoli «minori») che generano, nel modo che abbiamo descritto, altri tre cerchi (chiamiamoli «maggiori») che s'intersecano in due punti; in altri termini, non si tratta di una cir-

costanza miracolosa, ma di una proprietà geometrica ben precisa. La questione non riguarda, inoltre, il merito della scoperta, che va senz'altro attribuita al ricercatore americano Stephen Goodfellow e risale a più di venti anni fa; fu Goodfellow, fra l'altro, a definire i punti di incontro delle tre circonferenze quali «punti di fuga» (in analogia con la nota proprietà delle rappresentazioni prospettiche), e anch'io manterrò tale definizione. La questione, infine, non riguarda neppure la precisione con cui questi cerchi s'incontrano nei punti di fuga: infatti, nessuna configurazione dei cerchi minori può dar luogo alla convergenza

assolutamente esatta di quelli maggiori, come si può verificare geometricamente; nella realtà ci si deve accontentare di una convergenza approssimata (nel nostro caso l'errore è dell'ordine di qualche metro). Tuttavia esiste un metodo di analisi matematica che consente di fissare l'esatto punto di incontro come limite di un processo: nel seguito, per punti di fuga s'intenderanno proprio questi punti limite e non quelli reali (non è opportuno in questa sede appesantire l'esposizione con la trattazione matematica completa di questo problema).

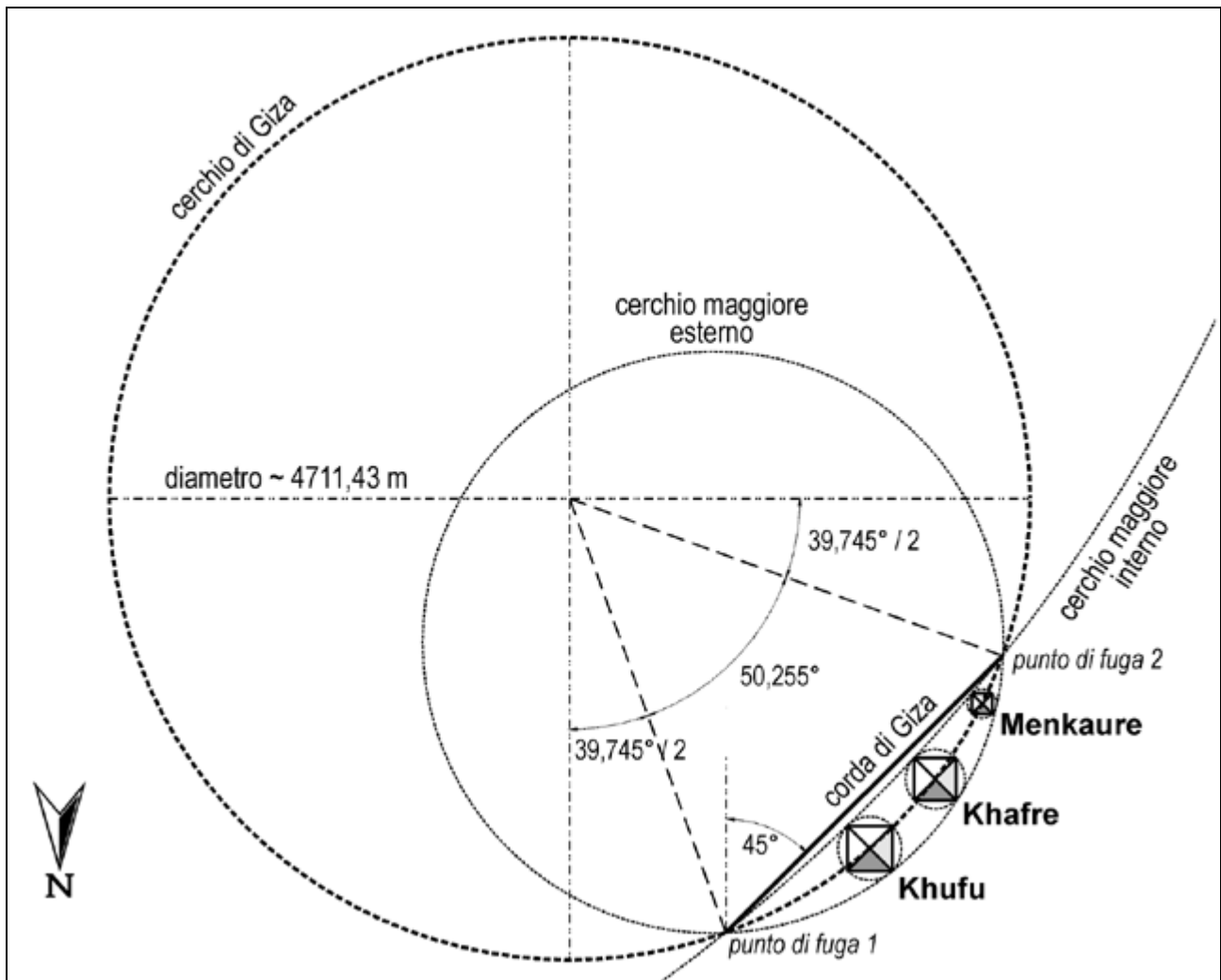


Fig. 10 – I punti di fuga e la corda di Giza.

In cosa consiste, dunque, la novità relativa ai punti di fuga? Stephen Goodfellow non aveva preso in considerazione il segmento

che congiunge i due punti di fuga: tale segmento è quel che si definisce, in geometria, una «corda», poiché i suoi estremi apparten-

gono ad un cerchio; anzi, appartengono simultaneamente a tutti e tre i cerchi maggiori, fra cui vi è anche il cerchio di Giza.

Forniamo alcuni dati: la corda forma un angolo di $44,951^\circ$ rispetto all'orientamento nord/sud e la sua lunghezza è di 2000,64 m (che rappresenta, per inciso, quasi esattamente $1/20.000$ della circonferenza terrestre), mentre la lunghezza dell'arco staccato dalla corda è di 2066,24 m e l'angolo sotteso dall'arco misura $50,255^\circ$. La prima cosa che balza all'occhio è l'orientamento della corda, che differisce di un'inezia dal valore esatto di 45° . Se si considera che la corda avrebbe teoricamente potuto formare, rispetto alla direttrice nord/sud, un qualsiasi angolo compreso fra 0° e 45° , questo fatto è a dir poco sorprendente. Ma un'altra sorpresa ci è riservata dall'esame dell'angolo sotteso: il rapporto fra tale angolo e il suo complementare (che misura $39,745^\circ$) equivale a 1,26368: molto vicino a $\sqrt{\Phi}$ (l'errore è di $-0,66\%$); si tratta di un rapporto che abbiamo già incontrato, e per questo è opportuno fare un salto indietro. Nel capitolo precedente abbiamo visto come la pendenza della Grande Piramide sia pressoché identica al valore ideale di $51,847^\circ$, valore che genera i rapporti elencati nella tabella 5. Per semplificare le cose, immaginiamo di costruire una piramide avente questa pendenza, ma la cui base sia un quadrato di lato 1 (non ha importanza l'unità di misura): ebbene, l'altezza di tale piramide sarebbe 1,27292, valore quasi identico a $\sqrt{\Phi}$ (la differenza è di $-0,06\%$). Ma noi sappiamo anche che la Grande Piramide codifica Π attraverso il rapporto fra perimetro (pari a 4 nel nostro esempio) e altezza (pari quasi esattamente a $\sqrt{\Phi}$, come si è visto), ossia vale la relazione $4/\sqrt{\Phi} \approx \Pi$ che, formulata diversamente, diventa:

$$\sqrt{\Phi} \approx 4/\Pi \approx 1,27263 \pm 0,00061$$

Dunque, anche la costruzione geometrica della corda di Giza rimanda ai numeri Π e Φ , legati dalla relazione appena esposta. In precedenza abbiamo visto come pure l'angolo di Giza rimandi ad una relazione che lega i due numeri: in qualche modo queste due relazioni si completano a vicenda e il fatto di volerle rappresentare nella planimetria di Giza mostra ancora una volta quale fosse l'importanza – diremmo sacrale – attribuita a numeri e rapporti peculiari; importanza non solo quali segnali, ma probabilmente anche quali espressioni dei rapporti fra le cose, e dunque dell'intima essenza delle cose stesse. Si tratta di concetti che stanno alla base del pensiero ermetico occidentale; si ritiene che questa dottrina possa essere ricondotta all'opera dei filosofi greci Pitagora e Platone, ma probabilmente anch'essi riprendevano idee già allora vecchie di secoli.

A questo punto, lo scopo che mi ero prefissato si può dire raggiunto: l'insieme delle correlazioni scoperte dimostra in maniera schiacciante e definitiva che la planimetria di Giza non è il risultato di interventi slegati l'uno dall'altro, bensì è il frutto di un progetto unitario estremamente sofisticato. E a questo punto ciò che abbiamo scoperto è sufficiente per sentirci legittimati ad avventurarci anche là dove non avremmo neppure osato all'inizio della ricerca.

Il cerchio di Giza e la Terra

Il lettore ricorderà che nel capitolo precedente ho riportato l'opinione, espressa da alcuni ricercatori, secondo cui la Grande Piramide sarebbe in relazione con la Terra. Se si trattasse di un'unica circostanza, faremmo bene a ritenerla una semplice coincidenza; ma se le circostanze si ripetessero? Tanto vale levarsi subito il dente, per non pensarci

più, e fare una semplice verifica; dopo di che potremmo tirare conclusioni più fondate.

Metteremo a confronto il cerchio di Giza e le dimensioni della Terra (circonferenza polare e diametro medio): nella tabella che segue

sono riportati i fattori per i quali occorre moltiplicare il diametro del cerchio di Giza (D) in modo da ottenere la circonferenza polare (40.007,8 km) e il diametro medio della Terra (12.734,9 km).

TABELLA 10 – IL CERCHIO DI GIZA IN RAPPORTO ALLA TERRA

	Terra	
	<i>circonferenza polare</i>	<i>di diametro medio</i>
<i>fattore reale</i>	$8491,6 \times D$	$2703,0 \times D$
<i>fattore teorico</i>	$8500 \times D$	$2700 \times D$
<i>errore</i>	-0,10%	+0,11%

Come si vede, tali fattori sono molto vicini a valori esatti, rispettivamente 8500 e 2700. Però il lettore potrebbe obiettare che questi valori non siano poi così significativi, non come, ad esempio, 1000, 2000, 3000 e così via; cosa avrebbero di speciale i numeri 8500 e 2700?

Proviamo ad immaginare un cerchio di Giza variabile, da dimensioni nulle all'infinito: i due fattori anch'essi variano da zero all'infinito, ma non in modo completamente libero, nel senso che sono legati l'uno all'altro. Il rapporto fra i due fattori deve sempre valere Π , naturalmente, esattamente come il rapporto fra la circonferenza e il suo raggio. I fattori 8500 e 2700 sono numeri dell'ordine delle migliaia, ma sono precisi solo nell'ordine delle centinaia; se uno di tali fattori fosse approssimativamente preciso nell'ordine delle migliaia (ad esempio 8000), l'altro fattore non potrebbe esserlo, non solo nell'ordine delle migliaia, ma neppure in quello delle centinaia (nel nostro esempio, l'altro fattore sarebbe $8000/\Pi$, cioè 2546,5, che potremmo considerare sufficientemente preciso solo nell'ordine delle decine, arrotondandolo a 2550). Ora, si dà il caso che $85/27$ (che equi-

vale al rapporto fra 8500 e 2700 una volta «semplificato») corrisponda a Π con un errore di +0,2% e vi sono soltanto altre tre frazioni, con numeri di due cifre, che rappresentano Π meglio di $85/27$: $22/7$, $91/29$ e $69/22$. In altri termini, se l'intenzione era di dimensionare il cerchio di Giza in modo che ne scaturissero fattori di migliaia, precisi *entrambi* nell'ordine di centinaia, le uniche soluzioni migliori di quella effettiva sarebbero quelle che generano le coppie di fattori 2200/700, 9100/2900 e 6900/2200. Qualunque altra dimensione del cerchio di Giza avrebbe generato un rapporto forse migliorativo per un fattore, ma sicuramente peggiorativo per l'altro; sembra evidente invece che il cerchio di Giza sia stato dimensionato in relazione alla circonferenza e al diametro della Terra in modo tale che ne risultasse implicitamente espressa una delle migliori frazioni semplici che rappresentano Π . Si tratterebbe, dunque, di un ennesimo segnale.

Che il conseguimento di questo rapporto non sia frutto del caso, bensì un dato di progetto intenzionale, è confermato dal fatto che i fattori reali differiscono da quelli teorici con scarti quasi identici (a parte il segno); perché fossero identici, il diametro del cerchio di

Giza avrebbe dovuto essere di appena 44 cm più lungo della misura reale. È impossibile che una precisione di questo genere sia raggiunta per caso, soprattutto se inserita nel contesto delle altre correlazioni già individuate. Ma perché progettisti di Giza fecero uso della frazione $85/27$ e non della frazione $22/7$ che avrebbe garantito la migliore approssimazione? La risposta è che questo non era l'unico vincolo posto al progetto: il vincolo principale era costituito, probabilmente, dall'intenzione di stabilire per il diametro del cerchio di Giza una lunghezza che, espressa in una precisa unità di misura, fosse rappresentata da un numero significativo (come abbiamo visto, tale diametro è $\Pi \times 20.000$ palmi). Il soddisfacimento simultaneo di più vincoli limitò, evidentemente, la libertà dei progettisti, che poterono scegliere solo fra una rosa limitata di possibili soluzioni (fra cui quella effettivamente realizzata).

Questo modo di ragionare sembra un tratto tipico della mentalità dei progettisti di Giza: quando si vuole far riferimento a due grandezze che non sono in rapporto esatto fra loro, si stabilisce un valore che rappresenta un sottomultiplo approssimato di entrambe le grandezze, in modo tale che gli scarti convergano verso quello che, per intenderci, potremmo definire il «baricentro dell'errore», ossia il punto di equilibrio in cui gli errori si equivalgono (in valore assoluto) e sono minimi.

Conclusioni

È opportuno ora fermarsi per puntualizzare i numerosi elementi raccolti e per trarre qualche conclusione.

Siamo partiti dal quesito se le tre maggiori piramidi di Giza rispondessero alle direttive di un progetto unitario, anziché essere semplicemente il frutto casuale di successivi e distinti interventi progettuali (tale è l'opinione

degli egittologi ortodossi). Per tentare una risposta abbiamo affrontato l'analisi geometrica di ciascuna delle tre piramidi. Per quanto riguarda la prima (quella di Khufu) ho potuto dimostrare che le sue proporzioni rappresentano il miglior compromesso nella codifica simultanea del numero aureo Φ e del numero Π ; inoltre, le sue dimensioni sembrano essere in relazione con quelle della Terra. Estendendo l'indagine alle altre due piramidi maggiori, è emerso che le pendenze si attestano intorno a tre valori teorici molto significativi, perché in grado di incorporare numerose relazioni matematiche basate su «numeri speciali» e su rapporti semplici. In particolare, i progetti delle tre piramidi maggiori sembrano essere altrettante variazioni su un tema: questo tema è la relazione che lega – mediante uno specifico fattore – la base con l'altezza, in modo che moltiplicando l'altezza della piramide per il rispettivo fattore si ottiene la base della stessa piramide: tali fattori sono rispettivamente $\Pi/2$ (pari a 1,571...) nella piramide di Khufu; $3/2$ (pari a 1,5) nella piramide di Khafre; Φ (pari a 1,618...) nella piramide di Menkaure. È evidente che i progettisti colsero la particolare concentrazione di significati matematici su alcuni rapporti intorno a 1,5–1,6, e per questo intesero codificarli nelle tre piramidi. Questa prima conclusione non è ancora la prova dell'esistenza di un progetto unitario di Giza, ma lascia già intendere che quantomeno doveva esistere un insieme di principi comuni e di regole progettuali molto sofisticate.

Poi abbiamo esaminato la disposizione planimetrica generale delle tre piramidi maggiori. Innanzitutto si è scoperto che è da rigettare l'idea di un banale allineamento diagonale dei tre edifici, peraltro poco preciso (un allineamento che, a partire dalla piramide di Khufu, fosse cercato dai successori Khafre e Menkaure per la dislocazione delle «proprie» piramidi). In realtà la planimetria di Giza offre

ben altro. Tanto per cominciare le tre piramidi possono essere inscritte entro un «rettangolo maggiore» le cui dimensioni – lati, diagonale, perimetro – se espresse in cubiti si riferiscono alla terna pitagorica di numeri irrazionali $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ e al numero Π . Ma esiste anche un «rettangolo minore», la cui relazione con il maggiore è evidente, e non solo perché il suo lato più lungo è quasi identico a quello più corto del rettangolo maggiore: infatti, se si esprimono le lunghezze in palmi, appare chiaro che i lati dei due rettangoli si basano sulla sequenza di numeri 7–9–11, fattori che moltiplicati per un modulo M forniscono i valori dei lati medesimi. Il modulo M rimanda ancora una volta a Π (essendo pari a 1100 palmi, ovvero 157,14 cubiti, ovvero $\Pi \times 50$ cubiti) ed è utilizzato nel progetto di Giza in altri due modi molti significativi: il primo, è che insieme ai lati delle piramidi di Khufu e Khafre il modulo M costituisce una terna pitagorica; il secondo, è che un quadrato di lato M rappresenta la dislocazione della piramide di Menkaure rispetto all'asse diagonale della Grande Piramide. Quest'ultimo, in verità, sembra essere un espediente progettuale per porre in risalto l'asse diagonale stesso che, pur non essendo il principio ispiratore del progetto di Giza (come pretendono alcuni egittologi) potrebbe però rivestire un altro ruolo, per il momento ignoto.

L'esistenza di un progetto matematico e geometrico estremamente sofisticato diventa inconfutabile con la scoperta del «cerchio di Giza» (passante per i centri delle tre Piramidi) e dell'«arco di Giza» (che ha per estremi la prima e la terza piramide, e come punto intermedio la seconda): il cerchio ha un diametro di 9000 cubiti, oppure $\Pi \times 20.000$ palmi, oppure $\sqrt{\Phi} \times 10.000$ remen; la circonferenza è $\sqrt{2} \times 20.000$ cubiti, oppure 40.000 remen; l'arco ha una lunghezza che è $1/5$ del diametro, e sottende un angolo (l'«angolo di Giza») che,

rispetto all'angolo giro, rappresenta una suddivisione del tutto peculiare basata su una relazione semplice che esprime Π in funzione di Φ .

Con una costruzione più complessa, che dipende dalla disposizione e dalle dimensioni delle tre Piramidi, si definisce la «corda di Giza»: il suo orientamento non casuale (forma un angolo di 45° con il meridiano) e la sua lunghezza ($1/20.000$ della circonferenza terrestre) sono elementi indiscutibilmente intenzionali, inerenti al progetto generale di Giza. Inoltre, dall'analisi dell'angolo sotteso e del suo complementare emerge un rapporto che rimanda ad un'altra relazione che consente di esprimere Π in funzione di Φ (in effetti quella stessa relazione che, codificata nella Grande piramide, fa designare questa come «piramide aurea»).

Infine si è scoperto che il cerchio di Giza è in rapporto sia con il diametro che con la circonferenza terrestre, in modo tale da rimandare ad una delle frazioni più semplici che esprimono, in via approssimata, il valore di Π (tale frazione è $85/27$).

La quantità, la rilevanza e la convergenza delle correlazioni sopra descritte è a dir poco strabiliante; e anzi, non si può fare a meno di pensare che l'estrema «ridondanza di segnale» sia un aspetto voluto, e ottenuto con una incredibile capacità di manipolare le variabili di progetto in modo da ottenere, per «approssimazioni ponderate», il maggior numero possibile di correlazioni significative. Appare fuori discussione che tali correlazioni non possono essere pure coincidenze: nessun ricercatore dotato di un minimo di onestà intellettuale potrebbe ritenersi pago di una spiegazione siffatta, che peraltro non spiega un bel nulla; meglio, allora, armarsi del dovuto coraggio e trarre fino in fondo le conseguenze di ciò che si manifesta con tutta evidenza.

In primo luogo, chi costruì il complesso di Giza conosceva il valore di Π (con un'approssimazione perfino migliore di quella fornita dal rapporto di 22/7, tradizionalmente attribuita ad Archimede); conosceva, inoltre, il significato e il valore del numero aureo Φ , e conosceva le migliori relazioni che legano vicendevolmente Π e Φ .

In secondo luogo, chi costruì il complesso di Giza possedeva una padronanza delle tecniche costruttive e delle operazioni di topografia, tale da poter dislocare sul terreno oggetti enormi (come non sono stati costruiti fino al nostro secolo) creando con essi configurazioni di scala territoriale, con standard di precisione difficilmente raggiungibili anche con gli strumenti più moderni.

In terzo luogo, è evidente che il complesso di Giza vuole «comunicare»: a questo scopo gli antichi costruttori marcarono il progetto con rapporti e numeri speciali. Numeri come Π , Φ , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ecc. non sono altro che «segnali». Gli antichi costruttori avevano previsto che la nostra attenzione sarebbe stata catturata da tali segnali, e che da quel preciso momento noi avremmo iniziato a cercare il messaggio scritto nelle pietre di Giza; da quel preciso momento si sarebbe instaurato un processo comunicativo vero e proprio fra due civiltà che non si sono mai incontrate. Ma per comunicare cosa? Perché i progettisti di Giza predisposero una tale ridondanza di segnali matematici e geometrici? Solo per esibirsi in uno strepitoso esercizio virtuosistico, e mostrare così la propria bravura ai posteri? Certamente no. Se hanno fatto tanto per attirare la nostra attenzione, era per farci capire che valeva la pena di interrogare le pietre di Giza; perché nelle pietre di Giza era scritto qualcosa di importante, e anzi qualcosa di *estremamente* importante, a giudicare dallo sforzo che i costruttori dovettero compiere per codificare il messaggio.

Tutto quello che abbiamo scoperto a Giza, sino a questo punto, rappresenta in effetti la prima fase della comunicazione: facendo l'esempio della ricerca di segnali intelligenti provenienti dal cosmo, potremmo dire che ora abbiamo scoperto un probabile segnale intelligente giunto a noi dallo spazio; ma non sappiamo ancora quale sia il messaggio veicolato dal segnale. Tutto ciò che sentiamo è un crepitio, quasi certamente artificiale, ma che resterà incomprensibile fino a che non ne sia scoperto il codice.

Quel che occorre scoprire, ora, è il codice di Giza; ma di questo parleremo in altra sede. Intanto, però, non possiamo evitare di porci alcune imbarazzanti domande, a cui tuttavia è impossibile tentare ora di rispondere. Chi costruì i monumenti di Giza? Forse proprio gli antichi egizi, dopo tutto: non abbiamo prove che dimostrino il contrario. Ma non è questo il nocciolo del problema. Come poteva la civiltà egizia – quella storicamente nota – possedere le conoscenze dimostrate nella costruzione di Giza? In effetti, non vi è alcun documento, alcuna prova diretta che attesti presso gli antichi egizi l'esistenza di quel sapere i cui indizi abbiamo rilevato. Dunque la domanda vera è: chi *progettò* i monumenti di Giza? Ammettiamo pure che le tecniche conosciute dagli egizi fossero sufficienti all'opera, ammettiamo pure che siano stati loro a *costruire* quei monumenti; ma, per quanto ne sappiamo, essi non sarebbero stati in grado di *progettarli*: non possedevano gli strumenti matematici necessari, non erano in grado di controllare tutte le variabili di progetto con la perizia e la precisione in effetti dimostrata.

Questo significa che all'ombra dei monumenti di Giza si nasconde l'opera di individui dei quali nulla sappiamo? È un'ipotesi sconcertante che, per altre vie, troverà nuovi argomenti a sostegno.

Note:

(1) Secondo il *World Geodetic System 1984* il raggio equatoriale della Terra è 6378,137 km, quello polare 6356,752 km; ne consegue che la circonferenza equatoriale è 40.075,0 km, quella polare 40.007,8 km. Il particolare rapporto di 1/43.200 sarebbe in relazione con la durata del ciclo astronomico della precessione degli equinozi.

(2) Il triangolo pitagorico 3-4-5 è un triangolo rettangolo i cui i cateti sono lunghi rispettivamente 3 e 4, mentre l'ipotenusa è lunga 5. Nel nostro caso, se operiamo una sezione verticale della piramide di Khafre, parallelamente al lato di base, otteniamo un triangolo isoscele che equivale a due triangoli pitagorici 3-4-5 accostati: metà del lato di base corrisponde al cateto lungo 3, l'altezza corrisponde al cateto lungo 4, l'apotema corrisponde all'ipotenusa lunga 5.

(3) W.M. Flinders Petrie fornisce i seguenti dati: l'orientamento della piramide di Khufu è 3' 43" (pari a 0,062°) a ovest del nord; quello della piramide di Khafre è 5' 26" (pari a 0,091°) a ovest del nord; quello della piramide di Menkaure è 14' 03" (pari a 0,234°) a est del nord.

Bibliografia:

- Bauval, Robert - Gilbert, Adrian, Il mistero di Orione, Milano, Corbaccio, 1993.
- Edwards, I. E. S., The Pyramids of Egypt, London, Penguin Books, revised edition, 1993.
- Goyon, Georges Il segreto delle grandi piramidi, Roma, Newton & Compton, 1992.
- Gruais, Guy - Mouny, Guy, Giza, la porta dell'infinito, Milano, Armenia, 1998.
- Hancock, Graham, Impronte degli dei, Milano, Corbaccio, 1996.
- Lawton, Ian - Ogilvie, Chris - Herald, Il Codice di Giza, Roma, Newton & Compton, 2003.
- Mendelssohn, Kurt, L'enigma delle piramidi, Milano, Mondadori, 1990.
- Petrie, W. M. Flinders, The Pyramids and Temples of Gizeh, Londra, 1883.
- Schoch, Robert, La voce delle pietre, Milano, Marco Tropea, 2001.
- Verner, Miroslav, Il mistero delle piramidi, Roma, Newton & Compton, 2002.

di Loris Bagnara
lorisbagnara@libero.it
www.imhotep.it